

Algebrai struktúrák

(feladatsor)

Diszkrét modellek alkalmazásai

- Minden részfeladatra írjunk egy-egy függvényt. Ezek egyetlen listát várnak, melynek elemeiről tudjuk, hogy gyűrűt alkotnak. Az elemekről semmi mást ne használjunk, csak a gyűrű két műveletét ($a + b$ és $a * b$), és egyenlőségvizsgálatot ($a == b$ és $a != b$).
 - Döntsük el, hogy a gyűrű kommutatív-e.
Próbáljuk ki $\mathbb{Z}_{10}$ -re és $\mathbb{Z}_3^{2 \times 2}$ -re.
 - Adjuk vissza a gyűrű nullelemét.
Próbáljuk ki $\mathbb{Z}_{10}$ -re és $\mathbb{Z}_3^{2 \times 2}$ -re.
 - Adjuk vissza a gyűrű egységelemét, ha van, különben adjunk `None`-t.
Próbáljuk ki $\mathbb{Z}_{10}$ -re, $2\mathbb{Z}_{20}$ -ra (azaz $\mathbb{Z}_{20}$ páros elemeire) és $2\mathbb{Z}_{10}$ -re.
 - Keressünk nullosztót a gyűrűben, és ha van, adjunk vissza egyet, különben adjunk `None`-t.
Próbáljuk ki $\mathbb{Z}_5$ -re és $\mathbb{Z}_6$ -ra.
 - Döntsük el, hogy a gyűrű integritási tartomány-e.
 $\mathbb{Z}_1$ -től $\mathbb{Z}_{20}$ -ig melyek azok?
- Van-e olyan másodfokú polinom $\mathbb{Z}_6[x]$ -ben, melynek $\mathbb{Z}_6$ mind a hat eleme gyöke?
- Számítsuk ki minden legfeljebb tíz elemből álló véges test fölött azt a polinomot, amelynek a test minden eleme gyöke (mindegyik egyszeres, és nincsenek további faktorai).
- Implementáljuk a $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ test műveleteit a következők szerint. Minden $a + b\sqrt{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2})$ elemet ábrázoljunk az (a, b) számpárral.
 - Írjunk függvényt, amely kiszámítja két $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ -beli szám összegét.
(Például: `add((2, 1/2), (1/3, 1)) == (7/3, 3/2).`)
 - Írjunk függvényt, amely kiszámítja két $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ -beli szám szorzatát.
 - Írjunk függvényt, amely kiszámítja egy $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ -beli nemnulla szám multiplikatív inverzét.A függvényeket úgy írjuk meg, hogy ne csak $\mathbb{Q}$ -ra, hanem más olyan testre is működjenek, amelyben nincs $\sqrt{2}$, például $\mathbb{Z}_3$ -ra is. Ennek segítségével keressük meg $\bar{1} + \bar{2}\sqrt{2} \in \mathbb{Z}_3(\sqrt{2})$ multiplikatív inverzét, majd szorzással ellenőrizzük az eredményt.