

# Rövid elméleti kérdések

Diszkrét matematika 1.

Gyakorlatvezető: Uray M. János

## 1. Komplex számok

- 1.1. Definiálja a komplex számok halmazát, valamint az összeadás és a szorzás műveletét komplex számokon.
- 1.2. Definiálja  $i$ -t, komplex szám valós és képzetes részét, konjugáltját és a (tiszván) képzetes számok fogalmát.
- 1.3. Írja fel a komplex konjugálás kapcsolatát az összeadással és a szorzással.
- 1.4. Definiálja a komplex számok abszolút értékét.
- 1.5. Írja fel a komplex számok abszolút értékének kapcsolatát az összeadással és a szorzással.
- 1.6. Definiálja a komplex számok trigonometrikus alakját és argumentumát.
- 1.7. Írja fel két komplex szám szorzatát és hányadosát trigonometrikus alakjuk segítségével.
- 1.8. Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását a komplex számok halmazán.
- 1.9. Írja fel az  $n$ -edik komplex egységgyököket. Mit értünk primitív  $n$ -edik egységgyök alatt?
- 1.10. Ha  $n \in \mathbb{N}^+$  és  $w \in \mathbb{C}$ , írja fel a  $z^n = w$  egyenlet összes megoldását a komplex számok halmazán az  $n$ -edik egységgyökök segítségével.
- 1.11. Fogalmazza meg az algebra alaptételét.

## 2. Logika

- 2.1. Milyen értékei lehetnek egy predikátumnak?
- 2.2. Mondjon három példát predikátumra.
- 2.3. Sorolja fel a tanult logikai jeleket.
- 2.4. Írja fel az *és*, *vagy*, *kizáró vagy*, *implikáció*, ill. az *ekvivalencia* igazságtábláját.
- 2.5. Sorolja fel a tanult kvantorokat. Mi a jelük?
- 2.6. Hogyan kapjuk a logikai formulákat?
- 2.7. Mikor van egy változó egy kvantor hatáskörében?
- 2.8. Mik a nyitott és mik a zárt formulák?
- 2.9. Mondjon két példát nyitott formulára.
- 2.10. Mondjon egy példát zárt formulára.

## 3. Halmazok

- 3.1. Fogalmazza meg a meghatározottsági axiómát.
- 3.2. Definiálja a részhalmaz és a valódi részhalmaz fogalmát, és adja meg a jelölésüket.
- 3.3. Írja le az üres halmaz fogalmát és jelét. Hány üres halmaz van?
- 3.4. Definiálja két halmaz unióját, és adja meg a jelölését.
- 3.5. Definiálja egy halmazrendszer unióját, és adja meg a jelölését.
- 3.6. Fogalmazza meg a halmazok uniójának kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját.
- 3.7. Definiálja két halmaz, ill. egy halmazrendszer metszetét, és adja meg a jelölésüket.
- 3.8. Definiálja a diszjunktság és páronként diszjunktság fogalmát.
- 3.9. Fogalmazza meg a halmazok metszetének kommutativitását, asszociativitását és idempotenciáját.
- 3.10. Mondja ki az unió és a metszet disztributivitási tulajdonságát.
- 3.11. Definiálja halmazok különbségét, szimmetrikus differenciáját és komplementerét.
- 3.12. Fogalmazza meg két halmazra a de Morgan-azonosságokat.
- 3.13. Definiálja a hatványhalmazt, és adja meg a jelölését.

## 4. Relációk

- 4.1. Definiálja a rendezett pár fogalmát és koordinátáit.
- 4.2. Definiálja két halmaz Descartes-szorzatát.
- 4.3. Definiálja a binér reláció fogalmát és adja meg a jelölését.
- 4.4. Adjon három példát binér relációra.
- 4.5. Definiálja binér reláció értelmezési tartományát és értékkészletét, és adja meg a jelölésüket.
- 4.6. Mit jelent az, hogy két reláció közül egyik a másik kiterjesztése, leszűkítése? Definiálja egy reláció leszűkítését egy halmazra, és adja meg a jelölését.
- 4.7. Definiálja egy binér reláció inverzét.
- 4.8. Definiálja halmaz binér reláció szerinti képét és inverz képét, és adja meg a jelöléseiket.
- 4.9. Definiálja binér relációk kompozícióját. Lehet-e a kompozíció üres?
- 4.10. Fogalmazzon meg három állítást a binér relációk kompozíciójára.
- 4.11. Mit jelent az, hogy egy reláció reflexív, irreflexív, szimmetrikus, antiszimmetrikus, szigorúan antiszimmetrikus, tranzitív, dichotóm, ill. trichotóm? Ezek közül melyek azok, amelyek csak a reláción múlnak?
- 4.12. Definiálja az ekvivalenciareláció, illetve az osztályozás fogalmát.
- 4.13. Mi a kapcsolat az ekvivalenciarelációk és az osztályozások között?
- 4.14. Definiálja a részbenrendezés fogalmát.
- 4.15. Definiálja a rendezés fogalmát.
- 4.16. Mondjon példát részbenrendezett, de nem rendezett halmazra.
- 4.17. Definiálja egy relációhoz tartozó szigorú illetve gyenge reláció fogalmát.
- 4.18. Definiálja a szigorú részbenrendezést és fogalmazza meg kapcsolatát a részbenrendezéssel.
- 4.19. Definiálja az intervallumokat és adja meg a jelölésüket.
- 4.20. Definiálja a kezdőszelet fogalmát.
- 4.21. Definiálja a legkisebb és a legnagyobb elem fogalmát.
- 4.22. Definiálja a minimális és a maximális elem fogalmát.
- 4.23. Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben több maximális elem van.
- 4.24. Adjon meg olyan részbenrendezett halmazt, amelyben nincs maximális elem.
- 4.25. Definiálja az alsó és a felső korlát fogalmát.
- 4.26. Definiálja az infimum és a szuprémum fogalmát.
- 4.27. Mit jelent, hogy egy halmaz felső határ, ill. alsó határ tulajdonságú?

## 5. Függvények

- 5.1. Definiálja a függvény fogalmát, és adja meg a jelöléseit.
- 5.2. Mi a különbség között, hogy  $f \in X \rightarrow Y$  és hogy  $f : X \rightarrow Y$ ?
- 5.3. Mikor mondjuk, hogy egy függvény injektív, szürjektív, ill. bijektív?
- 5.4. Milyen esetben lesz egy függvény inverze is függvény?
- 5.5. Igaz-e, hogy két függvény kompozíciója is függvény?
- 5.6. Mi a feltétele annak, hogy két függvény kompozíciója injektív legyen?
- 5.7. Mit jelent, hogy egy függvény monoton növekedő, ill. monoton csökkenő?
- 5.8. Mit jelent, hogy egy függvény szigorúan monoton növekedő, ill. szigorúan monoton csökkenő?
- 5.9. Mi a kapcsolat a szigorúan monoton növekedő függvények, az injektív függvények és az inverz függvényük között?
- 5.10. Definiálja a binér és az unér művelet fogalmát.
- 5.11. Adjon meg egy binér és egy unér műveletet táblázattal.
- 5.12. Definiálja a művelettartó leképezés fogalmát.

## 6. Kombinatorika

- 6.1. Definiálja az (ismétlés nélküli) permutáció fogalmát. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes permutációinak számáról?
- 6.2. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses permutációin és mit mondhatunk az összes ismétléses permutációk számáról?
- 6.3. Mit értünk egy véges halmaz (ismétlés nélküli) variációin és mit mondhatunk az összes variációk számáról?
- 6.4. Definiálja az ismétléses variációk fogalmát. Mit mondhatunk egy véges halmaz összes ismétléses variációinak számáról?
- 6.5. Mit értünk egy véges halmaz (ismétlés nélküli) kombinációin és mit mondhatunk az összes kombinációk számáról?
- 6.6. Mit értünk egy véges halmaz ismétléses kombinációin és mit mondhatunk az összes ismétléses kombinációk számáról?
- 6.7. Mi a binomiális együttható, és hogyan kell kiszámítani?
- 6.8. Fogalmazza meg a binomiális tételt.
- 6.9. Fogalmazza meg a polinomiális tételt.
- 6.10. Fogalmazza meg a skatulyaelvet.
- 6.11. Fogalmazza meg a szita formulát.
- 6.12. Fogalmazza meg az általános szita formulát.

## 7. Számelmélet

- 7.1. Definiálja az egész számok körében az oszthatóságot és adja meg a jelölését.
- 7.2. Sorolja fel az egész számok körében az oszthatóság alaptulajdonságait.
- 7.3. Mit jelent az egység? Mik az egész szám egységei?
- 7.4. Mit jelent az asszociáltság? Mi a kapcsolata az oszthatósággal?
- 7.5. Definiálja a felbonthatatlan szám fogalmát.
- 7.6. Definiálja a prímszám fogalmát.
- 7.7. Mi a kapcsolat a felbonthatatlan és a prímszámok között az egész számok körében?
- 7.8. Mondja ki a maradékos osztásra vonatkozó tételt.
- 7.9. Fogalmazza meg a számrendszerekre vonatkozó tételt.
- 7.10. Definiálja a legnagyobb közös osztót és a legkisebb közös többszöröst.
- 7.11. Mondja ki a legnagyobb közös osztó kiszámítására vonatkozó tételt.
- 7.12. Ismertesse az euklideszi algoritmust.
- 7.13. Milyen problémát old meg a bővített euklideszi algoritmus? Fogalmazza meg a kapcsolódó tételt.
- 7.14. Fogalmazza meg a számelmélet alaptételét.
- 7.15. Definiálja prímtényezős felbontásnál a kanonikus alakot.
- 7.16. Hogyan számítható ki egy egész szám pozitív osztóinak száma a kanonikus alak segítségével?
- 7.17. Fogalmazza meg Eukleidész és Dirichlet tételét.
- 7.18. Fogalmazza meg a prímszámok számának nagyságrendjéről szóló állítást.

## 8. Kongruenciák

- 8.1. Definiálja egész számok kongruenciáját és adja meg a kapcsolódó jelöléseket.
- 8.2. Írjon le az egész számok kongruenciájának egyszerű tulajdonságaiból négyet.
- 8.3. Ismertesse a lineáris kongruenciák megoldhatóságára vonatkozó tételt.
- 8.4. Fogalmazza meg a kínai maradéktételt.
- 8.5. Írja le a szimultán kongruenciák megoldásának módszerét.
- 8.6. Definiálja a maradékosztály fogalmát.
- 8.7. Definiálja a maradékosztály, valamint a teljes, ill. redukált maradékrendszer fogalmát.
- 8.8. Definiálja az Euler-féle  $\varphi$  függvényt.
- 8.9. Fogalmazza meg az Euler-féle  $\varphi$  függvény kiszámítására vonatkozó tételt.
- 8.10. Fogalmazza meg az Euler–Fermat–tételt.
- 8.11. Fogalmazza meg a Fermat–tételt.