

Logika

Diszkrét matematika 1. feladatsor

Gyakorlatvezető: Uray M. János

1. $x, y \in \mathbb{N}^+$ -ra legyen:

- $P(x)$: x prím; • $S(x)$: x páros; • $T(x)$: x páratlan; • $O(x, y)$: x osztója y -nak.

Fordítsuk le magyarra az alábbi formulákat. Igazak az állítások?

- a) $O(2, 6)$; b) $S(2) \wedge P(2)$; c) $\forall x (O(4, x) \Rightarrow S(x))$; d) $\forall x (P(x) \Rightarrow T(x))$;
e) $\exists x (O(x, 15) \wedge S(x))$; f) $\forall x (S(x) \Rightarrow \neg P(x))$; g) $\forall x (O(2, x) \Leftrightarrow S(x))$;
h) $\forall x (S(x) \Rightarrow (O(4, x) \vee O(6, x)))$; i) $\forall x (P(x) \Rightarrow \neg(O(3, x) \vee O(4, x)))$; j) $T(4) \Rightarrow P(9)$;
k) $\forall x (T(x) \Rightarrow \forall y (O(y, x) \Rightarrow T(y)))$; l) $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (O(x, y) \wedge S(y)))$;
m) $\forall x (T(x) \Rightarrow \forall y (P(y) \Rightarrow \neg O(x, y)))$; n) $\forall x (P(x) \Leftrightarrow \forall y (O(y, x) \Rightarrow (y = x \vee y = 1)))$;
o) $\exists x (S(x) \wedge P(x) \wedge \neg \exists y (x \neq y \wedge S(y) \wedge P(y)))$.

2. Írjuk fel az előző feladat formuláinak a tagadását formálisan, ill. magyarul.

3. x és y emberre legyen:

- $N(x)$: x nő; • $F(x)$: x férfi; • $G(x, y)$: x gyereke y -nak; • $H(x, y)$: x házastársa y -nak.

Formalizáljuk, hogy x az y -nak a:

- a) fia; b) anyja; c) férje; d) unokája; e) nagyapja; f) anyai nagyanyja; g) anyósa;
h) testvére; i) féltestvére; j) sógora; k) unokatestvére; l) nagybátyja.

4. Formalizáljuk az alábbi mondatokat. Ahol szükséges, definiáljunk további (lehetőleg minél egyszerűbb) predikátumokat.

- a) Minden bogár rovar. b) Nem minden rovar bogár. c) Van olyan rovar, amelyik lepke.
d) Nincs olyan rovar, amelyik pók. e) Nem kék az ég. f) Nem igaz, hogy nem kék az ég.
g) Esik az eső, de meleg van, bár a nap is előbújt, és az idő is későre jár.
h) Elmegyük kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj.
i) Szivárvány csak akkor van, ha esik az eső, a Nap is süt, de nincs dél.
j) Minden apa idősebb a gyermekénél. k) Egyes anyák alacsonyabbak a gyermekükénél.
l) Ha a szülők nem okosak, attól még a gyerekük lehet okos.
m) Csak férfi és nő házasodhat össze. n) Egy embernek nem lehet több házastársa.
o) Mindenki vagy nő, vagy férfi, de senki sem mindkettő egyszerre.
p) Ha egy egyenes két pontja benne van egy síkban, akkor minden pontja benne van.
q) Két pont egyértelműen meghatároz egy egyenest.
r) Van három pont, amely nem esik egy egyenesbe.