Kombinatorika

Diszkrét matematika 1. feladatsor

Gyakorlatvezető: Uray M. János

1. Hányféleképpen lehet:

   a) hat különböző színű golyót sorbarendezni;
   b) három sárga, két zöld és egy piros golyót sorbarendezni;
   c) hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevés nélkül, ha számít a sorrend;
   d) hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevés nélkül, ha nem számít a sorrend;
   e) hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevéssel, ha számít a sorrend;
   f) hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevéssel, ha nem számít a sorrend?

2. Hány olyan nyolcjegyű szám van, amelynek a számjegyei csak 1, 2, 3, 4 és 5 lehetnek?

3. Egy futóversenyen 25-en futnak. Hányféle sorrendben érhetnek célba, ha mindenki célba ér és nincs holtverseny?

4. Hányféleképpen helyezhetünk el 12 embert három – egy háromágyas, egy négyágyas és egy ötágyas – szobában úgy, hogy mindenkinek jusson ágy?

5. Hányféleképpen lehet kitölteni egy ötöslottó szelvényt?

6. Egy pékségben tízféle péksüteményt árulnak. Hányféleképpen vásárolhatunk 12 süteményt?

7. Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben minden számjegy csak egyszer szerepel?

8. Hányféle sorrendben ülhet le 6 embert egy kör alakú asztalhoz, ha az egymásba forgatható ülésrendeket nem különböztetjük meg?

9. Egy zsákban hat golyó van, rendre az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokkal megcímkézve. Hányféleképpen húzhatunk ki négy golyót egymás után visszatevés nélkül:

   a) ; b) ha nem húzunk 6-ost; c) ha először 1-est húzunk;
   d) ha először páros számot húzunk; e) ha utolsónak páros számot húzunk?

10. Hány olyan hatjegyű szám van, amelynek:

    a) minden számjegye különböző, és egyik sem 0; b) minden számjegye különböző;
    c) a szomszédos számjegyei különbözőek; d) van 0 a számjegyei között;
    e) pontosan egy számjegye 0?

11. Hány n-változós m-értékű Boole-függvény, azaz $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$ típusú függvény van?

12. Hányféleképpen helyezhetünk el tíz egyforma golyót három számozott zsákban?

13. Ötöslottón adott nyerőszámok mellett hányféleképpen lehet egy szelvénynek:

a) 0 találata; b) 1 találata; c) 2 találata; d) 3 találata; e) 4 találata; f) 5 találata?

14. Hány részhalmaza van az $\{1, 2, 3, \ldots, 20\}$ halmaznak:

a) ; b) melyben az 1 benne van; c) melyben az 1 és a 2 is benne van;
d) melyben az 1 vagy a 2 benne van?

15. Hányféle sorrendben lehet felírni az $1, 2, \ldots, n$ számokat úgy, hogy az 1 és a 2 nem kerülnek egymás mellé?

16. Hányféle sorrendben lehet a MISSISSIPPI szó betűit leírni úgy, hogy a négy S betű ne kerüljön egymás mellé?

17. Az $(a+b)^{22}$ kifejezésben mi az együtthatója

a) $a^{14}b^{8}$-nak; b) $a^{17}b^{5}$-nek?

18. Hányféleképpen lehet eljutni egy 3×10-es négyzetrács bal alsó négyzetéből a jobb felsőbe, ha csak fel, jobbra vagy átlósan jobbra-fel léphetünk?

19. Adott két párhuzamos egyenes, az egyiken p, a másikon q darab különböző pont. Hány háromszöget lehet alkotni ezen pontokból mint csúcsokból?

20. Hány nullára végződik $11^{100} - 1$?

21. Hányféleképpen lehet – a sorrendet is figyelembe véve – felbontani:

a) a 100-at 7 pozitív egész szám összegére; b) a 200-at 12 természetes szám összegére;
c) a 12-t 1-esek és 2-esek összegére?

22. Hányféleképpen lehet egy 2×12-es négyzetrácsot lefedni 12 darab 2×1-es dominóval?

23. Az 52 lapos francia kártyát négy ember között szétosztjuk, mindenkinek 13-13 lapot adunk. Hányféleképpen tehetjük ezt meg:

a) ; b) ha a négy ászból mindenkinek jut egy-egy; c) ha mind a négy ász egyvalakinél van?

24. Hányféleképpen lehet sorbarendezni n nullát és k egyest úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?

25. Egy zsákban 10 piros, 20 sárga és 40 zöld golyó van. Hányat kell húznunk ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük:

a) sárga; b) három különböző színű; c) három azonos színű; d) öt azonos színű;
e) 15 azonos színű; f) két egymás után kihúzott zöld?

26. Legalább mekkora osztálylétszám kell ahhoz, hogy biztosan legyen:

a) négy diák, aki ugyanabban a hónapban született;
b) minden hónapban legalább három diáknak születésnapja?

27. Egy robot lépked a számegyenesen, minden másodpercben egy egész számot mozdul el jobbra vagy balra. Az origóból indulva hányféleképpen juthat el egy perc alatt a +24-be?

28. Egy osztály 30 tanulója közül
• 12-en szeretik a matekot; • 14-en szeretik a fizikát; • 13-an szeretik a kémiát;
• 5-en szeretik a matekot és a fizikát; • 4-en szeretik a matekot és a kémiát;
• 7-en szeretik a fizikát és a kémiát; • és 3-an szeretik mindhárom tárgyat.
Hányan vannak, akik egyik tárgyat sem szeretik?

29. a) Hány olyan 100-nál kisebb természetes szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel?
b) Hány olyan 1000-nél kisebb természetes szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel, sem 7-tel?

30. Hányféleképpen lehet 100 rekeszben elhelyezni 30 golyót úgy, hogy minden rekeszbe vagy nem jut golyó, vagy pontosan 6 golyó jut, és:
a) a golyókat nem különböztetjük meg;
b) megkülönböztetjük a golyókat, de nem számít a rekeszeken belüli sorrend;
c) megkülönböztetjük a golyókat, és a rekeszeken belül számít a sorrend is?

31. Legfeljebb hány olyan természetes szám adható meg, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen osztható nyolccal?