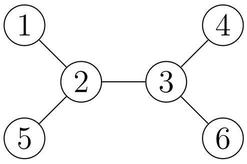
Gráfelmélet 4.

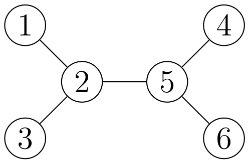
Diszkrét matematika 2. feladatsor

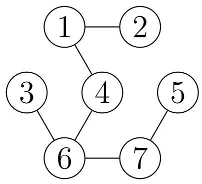
Gyakorlatvezető: Uray M. János

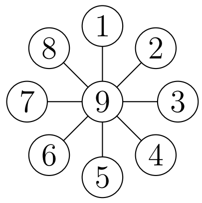
1. Bizonyítsuk be, hogy egy véges gráfban a csúcsok száma legfeljebb annyi, mint a komponensek és az élek számának összege.
2. Bizonyítsuk be, hogy ha egy véges gráf minden csúcsa legalább másodfokú, akkor a gráfban van kör.
3. Melyek azok az összefüggő gráfok, melyekben minden csúcs másodfokú?
4. Legfeljebb hány szeparáló
   a) él b) csúcs
   lehet egy n-csúcsú gráfban ($n \geq 2$)? Adjunk példát, ahol pontosan ennyi van.
5. Bizonyítsuk be, hogy egy összefüggő véges gráfban bármely két leghosszabb útnak van közös pontja.
6. Bizonyítsuk be, hogy egy véges fában minden leghosszabb út egy ponton megy keresztül.
7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy véges egyszerű gráf minden csúcsa legalább harmadfokú, akkor a gráfban van páros hosszú kör.
8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy véges egyszerű gráf minden csúcsa legalább k-adfokú ($k \geq 2$), akkor a gráfban van olyan kör, amely legalább $k+1$-hosszú.
9. Bizonyítsuk be, hogy ha egy n-csúcs egyszerű gráf minden csúcsa legalább $n/2$-fokú, akkor a gráfban van Hamilton-kör.
10. Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű gráfban bármely páratlan fokú csúcsból vezet út valamely másik páratlan fokú csúcsba.
11. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges páratlan hosszúságú zárt séta tartalmaz kört. Igaz-e ez páros hosszúságúra?

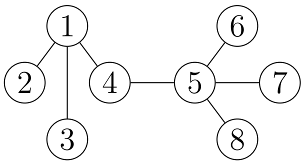
12. Kódoljuk az alábbi fákat Prüfer-kóddal.

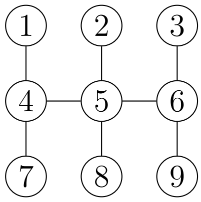
a) 

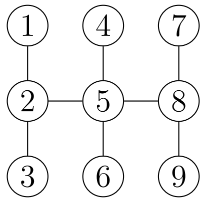
b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

13. Rajzoljuk fel a fákat a Prüfer-kódjuk alapján:

a) 12345; b) 11342; c) $111\ldots1$; d) 2323; e) 4445.