

Kombinatorika

Diszkrét matematika 1. feladatsor

Gyakorlatvezető: Uray M. János

- Hányféleképpen lehet:
 - hat különböző színű golyót sorbarendezni;
 - három sárga, két zöld és egy piros golyót sorbarendezni;
 - hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevés nélkül, ha számít a sorrend;
 - hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevés nélkül, ha nem számít a sorrend;
 - hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevéssel, ha számít a sorrend;
 - hat különböző színű golyóból négyet kihúzni visszatevéssel, ha nem számít a sorrend?
- Hány olyan nyolcjegyű szám van, amelynek a számjegyei csak 1, 2, 3, 4 és 5 lehetnek?
- Egy futóversenyen 25-en futnak. Hányféle sorrendben érhetnek célba, ha mindenki célba ér és nincs holtverseny?
- Hányféleképpen helyezhetünk el 12 embert három – egy háromágyas, egy négyágyas és egy ötágyas – szobában úgy, hogy mindenkinek jusson ágy?
- Hányféleképpen lehet kitölteni egy ötöslottó szelvényt?
- Egy pékségben tízféle péksüteményt árulnak. Hányféleképpen vásárolhatunk 12 süteményt?
- Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben minden számjegy csak egyszer szerepel?
- Hányféle sorrendben ültethetünk le 6 embert egy kör alakú asztalhoz, ha az egymásba forgatható ülésrendeket nem különböztetjük meg?
- Egy zsákban hat golyó van, rendre az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számokkal megcímkézve. Hányféleképpen húzhatunk ki négy golyót egymás után visszatevés nélkül:
 - ;
 - ha nem húzunk 6-ost;
 - ha először 1-est húzunk;
 - ha először páros számot húzunk;
 - ha utolsónak páros számot húzunk?
- Hány olyan hatjegyű szám van, amelynek:
 - minden számjegye különböző, és egyik sem 0;
 - minden számjegye különböző;
 - a szomszédos számjegyei különbözőek;
 - van 0 a számjegyei között;
 - pontosan egy számjegye 0?
- Hány n -változós m -értékű Boole-függvény, azaz $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^m$ típusú függvény van?
- Hányféleképpen helyezhetünk el tíz egyforma golyót három számozott zsákban?

13. Ötösloton adott nyerőszámok mellett hányféleképpen lehet egy szelvénynek:
a) 0 találata; b) 1 találata; c) 2 találata; d) 3 találata; e) 4 találata; f) 5 találata?
14. Hány részhalmaza van az $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ halmaznak:
a) ; b) ha az 1 benne van; c) ha az 1 és a 2 is benne van; d) ha az 1 vagy a 2 benne van?
15. Hányféle sorrendben lehet felírni az $1, 2, \dots, n$ számokat úgy, hogy az 1 és a 2 nem kerülnek egymás mellé?
16. Hányféle sorrendben lehet a MISSISSIPPI szó betűit leírni úgy, hogy a négy S betű ne kerüljön egymás mellé?
17. Az $(a + b)^{22}$ kifejezésben mi az együtthatója
a) $a^{14}b^8$ -nak; b) $a^{17}b^5$ -nek?
18. Hányféleképpen lehet eljutni egy 3×10 -es négyzetrács bal alsó négyzetéből a jobb felsőbe, ha csak fel, jobbra vagy átlósan jobbra-fel léphetünk?
19. Adott két párhuzamos egyenes, az egyik p , a másikon q darab különböző pont. Hány háromszöget lehet alkotni ezen pontokból mint csúcsokból?
20. Hány nullára végződik $11^{100} - 1$?
21. Hányféleképpen lehet – a sorrendet is figyelembe véve – felbontani:
a) a 100-at 7 pozitív egész szám összegére; b) a 200-at 12 természetes szám összegére;
c) a 12-t 1-esek és 2-esek összegére?
22. Hányféleképpen lehet egy 2×12 -es négyzetrácsot lefedni 12 darab 2×1 -es dominóval?
23. Az 52 lapos francia kártyát négy ember között szétosztjuk, mindenkinek 13-13 lapot adunk. Hányféleképpen tehetjük ezt meg:
a) ; b) ha a négy ászból mindenkinek jut egy-egy; c) ha mind a négy ász egyvalakinél van?
24. Hányféleképpen lehet sorbarendezni n nullát és k egyest úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?
25. Egy zsákban 10 piros, 20 sárga és 40 zöld golyó van. Hányat kell húznunk ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük:
a) sárga; b) három különböző színű; c) három azonos színű; d) öt azonos színű;
e) 15 azonos színű; f) két egymás után kihúzott zöld?
26. Legalább mekkora osztálylétszám kell ahhoz, hogy biztosan legyen:
a) négy diák, aki ugyanabban a hónapban született;
b) minden hónapban legalább három diáknak születésnapja?

27. Egy robot lépked a számegeyenesen, minden másodpercben egy egész számot mozdul el jobbra vagy balra. Az origóból indulva hányféleképpen juthat el egy perc alatt a +24-be?
28. Egy osztály 30 tanulója közül
- 12-en szeretik a matekot; • 14-en szeretik a fizikát; • 13-an szeretik a kémiát;
 - 5-en szeretik a matekot és a fizikát; • 4-en szeretik a matekot és a kémiát;
 - 7-en szeretik a fizikát és a kémiát; • és 3-an szeretik mindhárom tárgyat.
- Hányan vannak, akik egyik tárgyat sem szeretik?
29. a) Hány olyan 100-nál kisebb természetes szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel?
b) Hány olyan 1000-nél kisebb természetes szám van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel, sem 7-tel?
30. Hányféleképpen lehet 100 rekeszben elhelyezni 30 golyót úgy, hogy minden rekeszbe vagy nem jut golyó, vagy pontosan 6 golyó jut, és:
- a) a golyókat nem különböztetjük meg;
 - b) megkülönböztetjük a golyókat, de nem számít a rekeszeken belüli sorrend;
 - c) megkülönböztetjük a golyókat, és a rekeszeken belül számít a sorrend is?
31. Legfeljebb hány olyan természetes szám adható meg, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen osztható nyolccal?