

Logika

Diszkrét matematika 1. feladatsor

Gyakorlatvezető: Uray M. János

1. $x, y \in \mathbb{N}^+$ -ra legyen:

• $P(x)$: x prím; • $S(x)$: x páros; • $T(x)$: x páratlan; • $O(x, y)$: x osztója y -nak.

Fordítsuk le magyarra az alábbi formulákat. Igazak az állítások?

- a) $O(2, 6)$; b) $S(2) \wedge P(2)$; c) $\forall x (O(4, x) \Rightarrow S(x))$; d) $\forall x (P(x) \Rightarrow T(x))$;
e) $\exists x (O(x, 15) \wedge S(x))$; f) $\forall x (S(x) \Rightarrow \neg P(x))$; g) $\forall x (O(2, x) \Leftrightarrow S(x))$;
h) $\forall x (S(x) \Rightarrow (O(4, x) \vee O(6, x)))$; i) $\forall x (P(x) \Rightarrow \neg(O(3, x) \vee O(4, x)))$;
j) $\forall x (T(x) \Rightarrow \forall y (O(y, x) \Rightarrow T(y)))$; k) $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (O(x, y) \wedge S(y)))$;
l) $\forall x (T(x) \Rightarrow \forall y (P(y) \Rightarrow \neg O(x, y)))$; m) $\forall x (P(x) \Leftrightarrow \forall y (O(y, x) \Rightarrow (y = x \vee y = 1)))$;
n) $\exists x (S(x) \wedge P(x) \wedge \neg \exists y (x \neq y \wedge S(y) \wedge P(y)))$.

2. Írjuk fel az előző feladat formuláinak a tagadását formálisan, ill. magyarul.

3. x és y emberre legyen:

• $N(x)$: x nő; • $F(x)$: x férfi; • $G(x, y)$: x gyereke y -nak; • $H(x, y)$: x házastársa y -nak.

Formalizáljuk, hogy x az y -nak a:

- a) fia; b) lánya; c) apja; d) anyja; e) férje; f) felesége; g) unokája; h) nagyapja;
i) anyai nagyanyja; j) anyósa; k) apósa; l) menyje; m) veje; n) testvére; o) fivére;
p) féltestvére; q) sógora; r) unokatestvére; s) nagybátyja; t) unokahúga.

4. Az előző feladat predikátumai mellett x és y emberre legyen:

• $O(x)$: x okos; • $E(x)$: x erős; • $I(x, y)$: x idősebb y -nál.

Formalizáljuk:

- a) x anya; b) x nagypapa; c) x bátyja y -nak; d) minden nő okos; e) van okos nő;
f) egyik nő sem okos; g) van olyan férfi, aki erős, de nem okos; h) x sem nem okos, sem nem erős; i) minden apa idősebb a gyermekénél; j) egyes férfiak fiatalabbak feleségüknél;
k) x és y egykorú; l) csak férfi és nő házasodhat össze; m) mindenki vagy nő, vagy férfi, de senki nem mindkettő egyszerre; n) egy férfinak nem lehet több felesége; o) ha mindkét szülő okos, még nem biztos, hogy a gyermekük is okos.